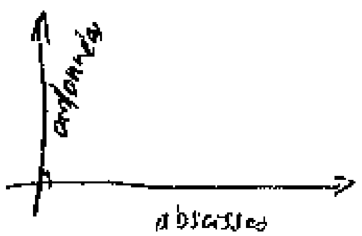
Les fonctions

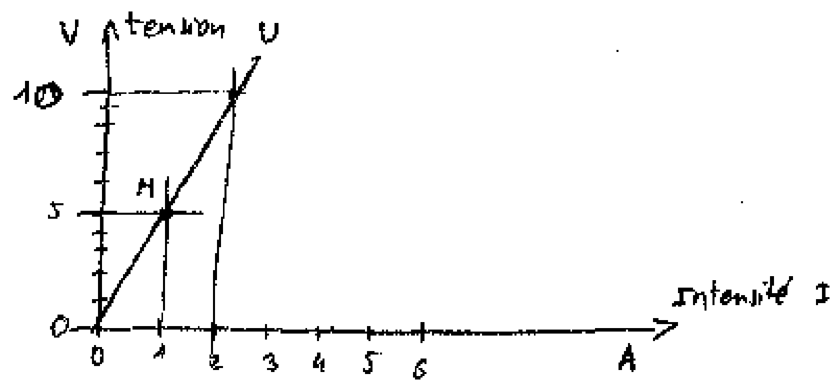
Les grandeurs physiques telles que tension, intensité... sont liées entre elles par des lois physiques qu'on exprime le plus souvent avec des formules mathématiques
ex loi d'Ohm $U = RI$

On peut aussi représenter ces lois par des graphiques
Pour cela on utilise une représentation dite cartésienne.



Deux axes perpendiculaires sont gradués respectivement avec les unités des grandeurs à représenter
l'axe horizontal est appelé axe des abscisses
l'axe vertical " " " ordonnées

Ex : représentons la tension en fonction du courant aux bornes d'une résistance de $5\,\Omega$
Pour $I = 1A$ $U = RI = 5V$
On reporte sur le graphique le point M (1A, 5V) : intersection de la verticale qui passe par 1A avec l'horizontale qui passe par 5V



De même pour $I = 2A$ $U = 10V$

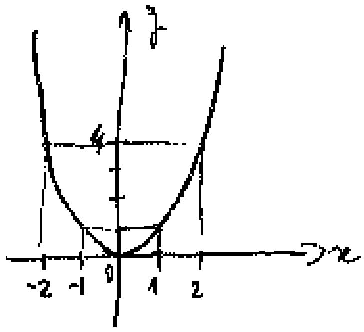
En reportant toute une série de points on obtient la courbe représentant la tension en fonction de l'intensité
Dans cet exemple la courbe est une droite qui passe par l'origine (intersection des axes : 0 Volt, 0 Ampère).
La fonction est dite linéaire. U est proportionelle à I le rapport $\frac{U}{I}$ est constant et vaut R.

le rapport $\frac{U}{I}$ s'appelle la pente de la droite
Plus la résistance est élevée plus la droite est inclinée.

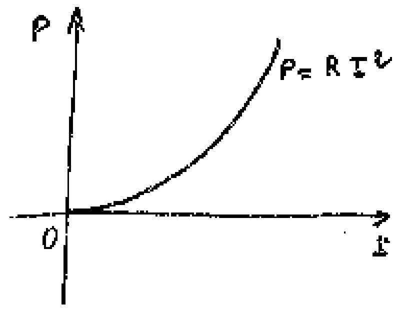
<u>Autres fonctions</u>

<u>fonction "carré"</u>

C'est la fonction qui correspond à la formule $y = x^2$
sa représentation graphique est une courbe appelée parabole

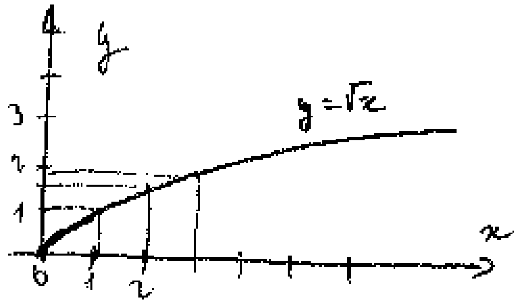


Ex : Si on représente la puissance dissipée dans une résistance en fonction du courant on obtient une courbe semblable puisque $P = R \times I^2$
sauf que I ne prend pas de valeur négative



<u>Fonction racine carrée</u>

On a vu que par exemple $3^2 = 9$ 9 est le carré de 3
Inversement le nombre dont le carré est 9 est la racine carrée de 9
on note $\sqrt{9} = 3$ (lire : racine carrée de 9 égale 3)
Sur la plupart des calculettes électroniques vous avez la touche racine carrée : $\sqrt{\ }$
Essayez $\sqrt{2}$ vous trouverez 1,414...
La représentation graphique de $y = \sqrt{x}$ est :

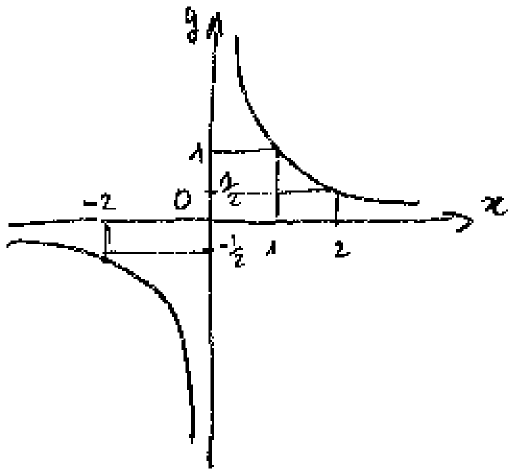


Attention il n'y a pas de racine carrée de nombre négatif.

Ex $P = \frac{U^2}{R}$ donne $U^2 = PR$ et $U = \sqrt{PR}$

Fonction inverse

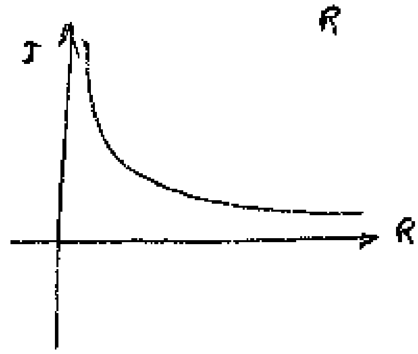
C'est la fonction $y = \frac{1}{x}$



la courbe représentative de $y = \frac{1}{x}$ est constituée de deux branches d'hyperbole

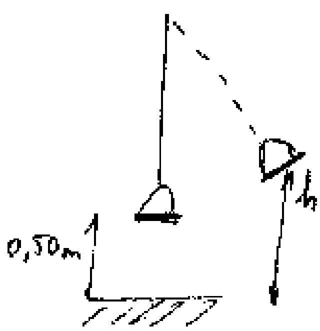
Si on représente I dans une résistance en fonction de R on obtient une courbe semblable puisque

$$I = \frac{U}{R}$$

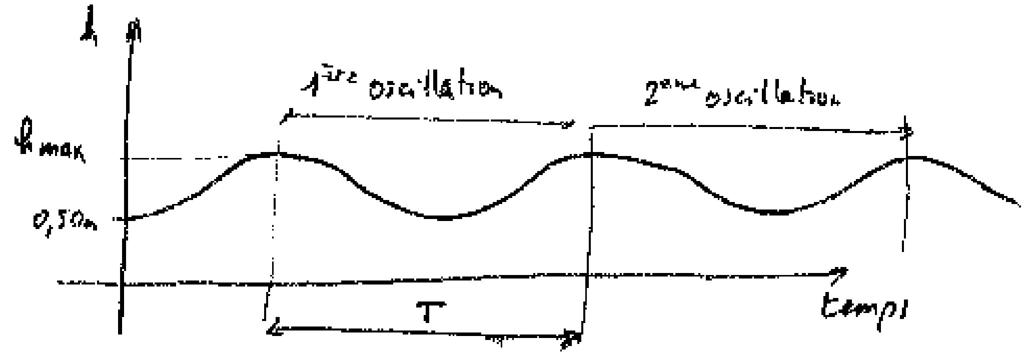


pour R = 0 court circuit
I devient très grand
théoriquement tend vers l'infini.

Fonction périodique



Soit une balançoire à 0,50m du sol.
Si on la fait osciller (se balancer) la hauteur h de la balançoire va varier en fonction du temps
Si on représente sur un graphique la hauteur de la balançoire en fonction du temps, on obtient



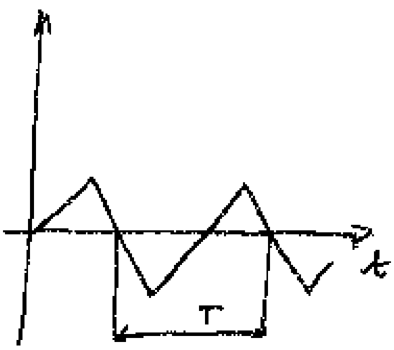
le balancement de la balançoire se répète à intervalles de temps réguliers. Cet intervalle est appelé période et noté généralement T. L'unité est la seconde (s)

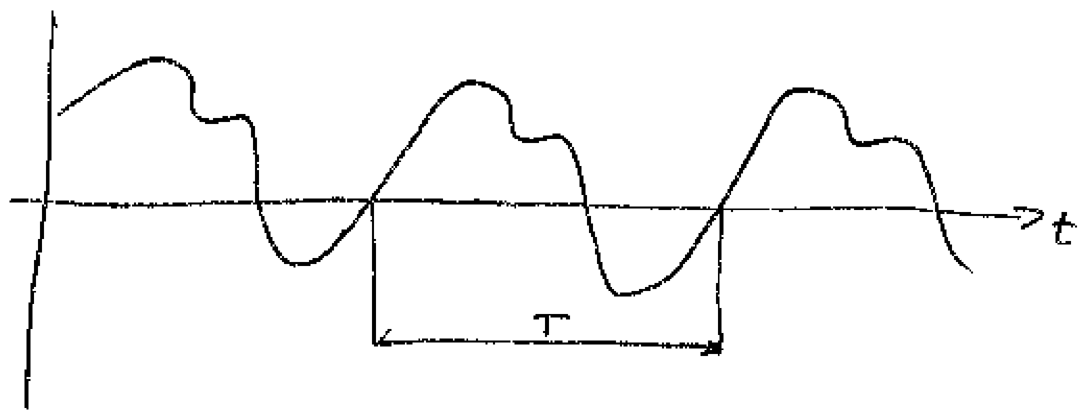
La courbe de la hauteur en fonction du temps se présentent comme différents morceaux identiques qu'on aurait mis bout à bout. Chaque morceau de longueur T correspond à une oscillation de la balançoire.

Le nombre d'oscillations par seconde s'appelle la fréquence souvent noté f l'unité est le Hertz (Symbole Hz)

$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

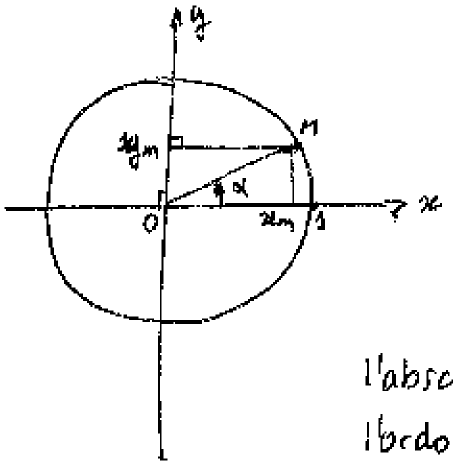
<u>Autres fonctions périodiques</u>





Fonction périodique sinusoïdale

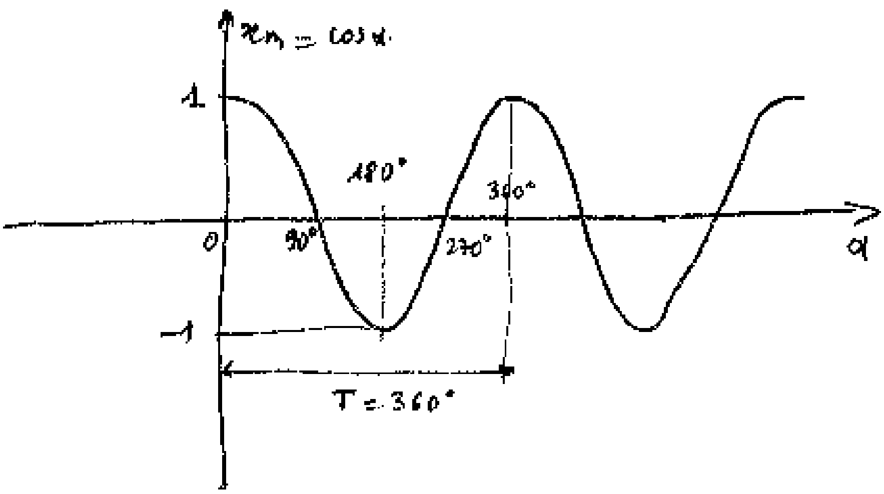
Soit une roue de rayon 1m tournant autour de son centre O.
Soit un point M de cette roue



M est repéré par l'angle α (alpha) par rapport à l'axe horizontal Ox
En fonction de α on voit que l'abscisse x_m de M varie entre +1 et -1 mètre de même pour l'ordonnée y_m de M

l'abscisse x_m s'appelle le cosinus de l'angle α
l'ordonnée y_m s'appelle le sinus de l'angle α

Si on représente x_m en fonction de α on obtient la courbe

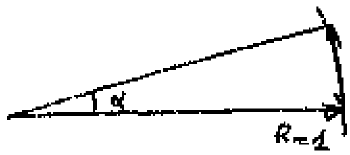


la fonction est dite sinusoïdale, la courbe s'appelle une <u>sinusoïde</u>
C'est une fonction périodique de période 360°
(à chaque tour, rotation de 360°, le point M retrouve la même position)
Si on avait représentée y_m en fonction de α on aurait obtenu la même courbe décalée de 90° vers la droite.

On note ces fonctions $x_m = \cos(\alpha)$ (lire "cosinus de alfa")
$y_m = \sin(\alpha)$ (lire "sinus de alfa")

En mathématiques et aussi en électricité on exprime l'angle α dans une fonction sinusoïdale avec un autre unité que le degré : on utilise le radian (symbole rd)

L'angle en radians est égal à la longueur de l'arc de cercle de rayon 1 et d'angle au centre α



Pour un cercle complet $\alpha = 360°$ le périmètre du cercle vaut $2\pi \times 1$

donc $360° = 2\pi$ radians

ou encore 1 radian $= \frac{360}{2\pi} = \frac{180}{\pi}$ degrés

$$1 \text{ degré} = \frac{\pi}{180} \text{ radians}$$

En électricité et en électronique la plupart des fonctions sinusoïdales sont des fonctions sinusoïdale du temps de la forme $y = \sin(\omega t)$ (lire "sinus de oméga-t")

ou $y = \cos(\omega t)$ (lire "cosinus de oméga-t")

<u>ω</u> s'appelle <u>la pulsation</u> - l'unité est le radian par seconde (rd/s)

$\sin(\alpha)$ et $\cos(\alpha)$ ont pour période 2π radians (360°)

si T désigne la période de $\sin(\omega t)$ on doit avoir

$\omega T = 2\pi$ ou encore $\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$

on a vu que $f = \frac{1}{T}$ $f = \frac{\omega}{2\pi}$ ou $\boxed{\omega = 2\pi f}$

ex pour $f = 50$ Hz $\omega = 2\pi \times 50 = 314$ rd/s

<u>ω</u> est en fait la <u>vitesse angulaire</u> (angle dont on a tourné en une seconde)

Longueur d'onde

Si on tapotte légèrement à intervalles reguliers l'eau au bord d'une mare on voit des ondes se former et s'éloigner du bord. la longueur d'une onde c'est la distance entre deux ondes successives. Cette distance dépend de la vitesse de propagation c de l'onde sur l'eau et de l'intervalle de temps T entre deux tapottements de la surface de l'eau

pendant T secondes l'onde parcourt $c.T$ mètres

la longueur d'onde λ (lire lambda) vaut donc

$$\boxed{\lambda = cT}$$

comme $T = \frac{1}{f}$ (f fréquence en Herz)

$$\boxed{\lambda = \frac{c}{f}}$$

ex les ondes radio-électriques se propagent à la vitesse de la lumière soit 300 000 km/s la longueur d'onde d'une fréquence f de 21 MHz est $\lambda = \frac{300\,000\,000 \text{ m}}{21\,000\,000 \text{ Hz}} \simeq 15 \text{ m}$